

Fiche 2.5 Inéquations

1) Solutions d'une inéquation

Une inéquation possède plusieurs solutions. Ces solutions peuvent être représentées sur une droite graduée.

	Représentation	Notation
$x < 2$		$S = \leftarrow ; 2 [$
$x \leq 2$		$S = \leftarrow ; 2]$
$x > 2$		$S =] 2 ; \rightarrow$
$x \geq 2$		$S = [2 ; \rightarrow$

Associe chaque représentation à sa notation.

	■	■ $S =] 3 ; \rightarrow$
	■	■ $S =] -1 ; \rightarrow$
	■	■ $S = \leftarrow ; 3 [$
	■	■ $S = \leftarrow ; -1 [$
	■	■ $S = [3 ; \rightarrow$

29

Associe chaque inéquation à la représentation graphique de ses solutions et à sa notation.

$x < -2$	■		■	■ $S = [-2 ; \rightarrow$
$x \geq -2$	■		■	■ $S =] -2 ; \rightarrow$
$x \leq -2$	■		■	■ $S = \leftarrow ; -2 [$
$x > -2$	■		■	■ $S = \leftarrow ; -2]$

Sur la droite, marque en couleur les points d'abscisses entières qui répondent à la condition imposée; ensuite, représente sur la ligne en pointillés tous les nombres vérifiant cette condition.

$x \geq 2$	
$x < 4$	
$x > -3$	
$x \leq -1$	

2) Propriétés des inégalités

Dans chaque cas, écris une nouvelle inégalité; ensuite, entoure les exemples où le sens de l'inégalité a changé.

$$\begin{array}{ccccccc}
 +2 \left[\begin{array}{c} 6 > -3 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] +2 & -5 \left[\begin{array}{c} 6 > -3 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] -5 & :(-3) \left[\begin{array}{c} 6 > -3 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] :(-3) & .(-2) \left[\begin{array}{c} 6 > -3 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] .(-2) & .4 \left[\begin{array}{c} 6 > -3 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] .4
 \end{array}$$

En utilisant les exemples ci-dessus, dis pour quels types d'opérations une inégalité change de sens.

Dans chaque cas, écris une nouvelle inégalité en respectant la consigne.

$$\begin{array}{ccccccc}
 +3 \left[\begin{array}{c} a < b \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] +3 & .2 \left[\begin{array}{c} a > b \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] .2 & :(-3) \left[\begin{array}{c} 3a < 6b \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] :(-3) & -5 \left[\begin{array}{c} a > b \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] -5
 \end{array}$$

3) Résolutions d'inéquations élémentaires

La résolution d'inéquations élémentaires conduit à trois types de neutralisations :

un terme « gêneur »

un facteur positif « gêneur »

un facteur négatif « gêneur »

$$\begin{array}{ccc}
 -2 \left[\begin{array}{c} x + 2 < 6 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] -2 & :3 \left[\begin{array}{c} 3x > -6 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] :3 & :(-2) \left[\begin{array}{c} -2x \leq 8 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] :(-2) \\
 x < 4 & x > -2 & x \geq -4
 \end{array}$$

Une inéquation **change de sens** dans le seul cas où on multiplie ou divise les deux membres par un même **facteur négatif**.

Résous chaque inéquation en indiquant à côté des flèches la manière dont tu as neutralisé le nombre « gêneur ». Représente et note l'ensemble des solutions.

$$\begin{array}{ccc}
 \left[\begin{array}{c} x + 2 > 7 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} 4x < 12 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} -2x \geq -6 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] \\
 \text{_____} & \text{_____} & \text{_____} \\
 0 & 0 & 0 \\
 S = \text{_____} & S = \text{_____} & S = \text{_____}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \left[\begin{array}{c} -5 + x > -2 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} -3x > 6 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} -4x \leq 8 \\ \Downarrow \\ \end{array} \right] \\
 \text{_____} & \text{_____} & \text{_____} \\
 0 & 0 & 0 \\
 S = \text{_____} & S = \text{_____} & S = \text{_____}
 \end{array}$$

4) Résolutions d'inéquations non élémentaires

a) Inéquations avec un terme et un facteur « gêneurs »

Résous chaque inéquation en indiquant à côté des flèches la manière dont tu as neutralisé le nombre « gêneur » à chaque étape. Représente et note l'ensemble des solutions.

$\begin{array}{c} 3x + 4 < 7 \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \end{array}$	$\begin{array}{c} -2x + 6 \leq 12 \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \end{array}$	$\begin{array}{c} -x + 5 > -3 \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \end{array}$
$S = \text{.....}$	$S = \text{.....}$	$S = \text{.....}$

$\begin{array}{c} -4 + 3x \geq 5 \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \end{array}$	$\begin{array}{c} -3 - 2x \leq 2 \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \end{array}$	$\begin{array}{c} 2 - x < 8 \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ \leftarrow \quad \rightarrow \end{array}$
$S = \text{.....}$	$S = \text{.....}$	$S = \text{.....}$

31

Remarque

Si l'inconnue est dans le membre de droite, tu peux la ramener dans le membre de gauche en « retournant » toute l'inégalité avant de commencer la résolution.

Exemples

$$\begin{array}{l} 5 > 2x + 3 \\ \curvearrowright \\ 2x + 3 < 5 \\ 2x < 2 \\ x < 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9 < -2x + 5 \\ \curvearrowright \\ -2x + 5 > 9 \\ -2x > 4 \\ x > -2 \end{array}$$

Résous les inéquations suivantes.

$-4 \geq 5x - 9$

$3 \leq -2x + 6$

$1 < 3x - 1$

.....
.....

$5 + 6x \leq -7$

$-4x + 3 > 5$

$7 < -3 + 5x$

.....
.....

$8 + 2x \geq 12$

$-3 \leq -4x + 5$

$8 > 7 - 3x$

b) Inéquations du type $ax + b < cx + d$

Pour résoudre ce type d'inéquations, il faut effectuer des neutralisations successives pour obtenir une inéquation de la forme $ax < b$.

Exemples :

ou

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{l}
 \left[\begin{array}{l} -x \\ +7 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 3x - 7 > x + 3 \\ 3x - x > 3 + 7 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -x \\ +7 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -2x \\ -4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -5x + 4 \leq 2x - 3 \\ -5x + 2x \leq -3 - 4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -2x \\ -4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} +5x \\ +3 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -5x + 4 \leq 2x - 3 \\ 4 + 3 \leq 2x + 5x \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} +5x \\ +3 \end{array} \right] \\
 \left[\begin{array}{l} 2 \\ \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 2x > 10 \\ x > 5 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \cdot 2 \\ \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} (-7) \\ \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -7x \leq -7 \\ x \geq 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} : (-7) \\ \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} : 7 \\ \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} 7 \leq 7x \\ 1 \leq x \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} : 7 \\ \end{array} \right]
 \end{array}$$

32

Résous les inéquations suivantes.

$5x - 2 \leq 2x + 3$

$2x + 6 < 3x - 4$

$4x - 3 > 2x - 7$

$2 + 5x \geq -2 + 6x$

$5x + 5 > -2x - 1$

$-3x - 1 \geq 5x - 2$

c) Inéquations avec dénominateurs**Résous les inéquations suivantes.**

$\frac{2x - 1}{3} \leq \frac{x - 2}{4}$

$\frac{3x - 2}{5} - \frac{x - 3}{2} > 0$

$\frac{x - 3}{2} - \frac{x - 1}{6} \geq \frac{1}{3}$
