

## Exercices supplémentaires



**C1** 1 Dans chacune de ces expressions : quel est "le diviseur", "le quotient" et "le reste" ?

a)  $418 = 5 \cdot 83 + 3$

5 est le diviseur ; 83 est le quotient et 3 est le reste.

Ou 83 est le diviseur ; 5 le quotient et 3 est le reste.

b)  $325 = 12 \cdot 26 + 13$

12 est le quotient, 26 est le diviseur et 13 est le reste.

(12 ne peut être le diviseur car  $12 < 13$ )

2 Que vaut  $x$  ? **PRÉCISE** s'il représente le dividende, le diviseur, le quotient ou le reste d'une division euclidienne.

a)  $17 + 22x = 83$   $x =$  3  $x$  est le quotient ( $r < d$ )

b)  $4 \cdot 28 + x = 120$   $x =$  8  $x$  est le reste

c)  $x \cdot 4 + 3 = 35$   $x =$  8  $x$  est le diviseur ou le quotient

d)  $x = 12 \cdot 5 + 8$   $x =$  68  $x$  est le dividende

3 Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont premiers ? Premiers entre eux ? **JUSTIFIE.**

3 ; 5 ; 25

3 est un nombre premier car il possède exactement 2 diviseurs :  $\text{div } 3 = \{1 ; 3\}$

5 est un nombre premier car il possède exactement 2 diviseurs :  $\text{div } 5 = \{1 ; 5\}$

3 et 5 sont des nombres premiers entre eux car ils n'admettent que le nombre 1 comme diviseur commun.

3 et 25 sont également premiers entre eux car ils n'admettent que le nombre 1 comme diviseur commun.

**C2** 4 Sans calculer le quotient, comment peux-tu reconnaître qu'un nombre est divisible par ...

a) 12 s'il est divisible par 3 et 4

b) 18 s'il est divisible par 2 et 9

c) 30 s'il est divisible par 3 et 10

d) 45 s'il est divisible par 5 et 9

5 12 800 est-il divisible par 40 ? **JUSTIFIE.**

12 800 est divisible par 40, car il est divisible par 8 et 5, deux nombres premiers entre eux.

En effet, 12 800 est divisible par 5, car son dernier chiffre est 0 et

12 800 est divisible par 8, car ses trois derniers chiffres forment un nombre divisible par 8.



**6** Quel est le PGCD de deux nombres entiers pairs consécutifs ?  
Et de deux nombres entiers impairs consécutifs ? **JUSTIFIE.**

Pour deux nombres pairs, ce sera 2 et pour deux nombres impairs,  
ce sera 1.

Deux nombres consécutifs sont deux nombres qui se suivent.

**7 COMPLÈTE** le tableau.

	Dividende	Diviseur	Quotient	Reste	Vérification : $D = d \cdot q + r$	$r < d$
a)	450	26	17	8	$450 = 26 \cdot 17 + 8$	oui
b)	10 092	80	126	12	$10\ 092 = 80 \cdot 126 + 12$	oui
c)	1 540	4	385	0	$1\ 540 = 4 \cdot 385$	oui
d)	1 243	88	14	11	$1\ 243 = 88 \cdot 14 + 11$	oui

**8 COMPLÈTE.**

a) Le PGCD de 36 et 126 est 18

b) Le PPCM de 36 et 126 est 252

c) Que devient le PPCM de 36 et 126 si l'un des deux nombres est multiplié par 5 ?

1 260 (252 multiplié par 5)

d) Que devient le PPCM de 36 et 126 si les deux nombres sont multipliés par 5 ?

1 260 (252 multiplié par 5)

e) Que devient le PGCD de 36 et 126 si les deux nombres sont divisés par 2 ?

9 (18 divisé par 2)

**9 DÉTERMINE** le PGCD des nombres suivants en cherchant l'ensemble des diviseurs de chaque nombre.

a) 24 et 32

div 24 = {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24}

div 32 = {1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32}

PGCD(24 ; 32) = 8

## Exercices supplémentaires



b) 32 et 25

$$\text{div } 32 = \{1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32\}$$

$$\text{div } 25 = \{1 ; 5 ; 25\}$$

$$\text{PGCD}(32 ; 25) = 1$$

c) 18 ; 24 et 39

$$\text{div } 18 = \{1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18\}$$

$$\text{div } 24 = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24\}$$

$$\text{div } 39 = \{1 ; 3 ; 13 ; 39\}$$

$$\text{PGCD}(32 ; 25 ; 39) = 3$$

**10** En utilisant la décomposition en un produit de facteurs premiers, **CALCULE** le PPCM et le PGCD de :

a) 168 ; 180 et 108

168	2	180	2	108	2
84	2	90	2	54	2
42	2	45	3	27	3
21	3	15	3	9	3
7	7	5	5	3	3
1		1		1	

$$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \quad 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \quad 108 = 2^2 \cdot 3^3$$

$$\text{PPCM}(168 ; 180 ; 108) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 7\,560$$

$$\text{PGCD}(168 ; 180 ; 108) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

b) 90 ; 75 et 210

90	2	75	3	210	2
45	3	25	5	105	3
15	3	5	5	35	5
5	5	1		7	7
1		75 = 3 \cdot 5^2		1	

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{PPCM}(90 ; 75 ; 210) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 3\,150$$

$$\text{PGCD}(90 ; 75 ; 210) = 3 \cdot 5 = 15$$



c) 84 et 180

84	2	180	2
42	2	90	2
21	3	45	3
7	7	15	3
1		5	5
$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$		1	

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{PPCM}(84 ; 180) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1\,260$$

$$\text{PGCD}(84 ; 180) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

d) 675 et 315

675	3	315	3
225	3	105	3
75	3	35	5
25	5	7	7
5	5	1	
1		$315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	

$$675 = 3^3 \cdot 5^2$$

$$\text{PPCM}(675 ; 315) = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 4\,725$$

$$\text{PGCD}(675 ; 315) = 3^2 \cdot 5 = 45$$

C3

**11** Adelin aimerait jouer à la bataille avec 2 de ses amis.

Ils possèdent un jeu de 52 cartes.

a) Combien de cartes chaque personne recevra-t-elle si elles sont toutes distribuées ? 17

b) Combien de cartes restera-t-il ? 1

**12** A sa fête d'anniversaire, Noha désire partager équitablement un paquet de 52 chocolats entre trois copains.

Combien de chocolats chacun recevra-t-il ?

S'il ne se compte pas dans le partage ?

Chaque copain recevra 17 chocolats et il en restera un.

S'il s'inclut ?

Chacun en recevra 13 et il n'en restera aucun.

## Exercices supplémentaires



- 13** Tu as fêté la Saint-Sylvestre le mardi 31 décembre. Quel jour de la semaine tombera le 180<sup>e</sup> jour de l'année ?

180 = 7 . 25 + 5 → dimanche

- 14** Alicia compte sur ses doigts d'une manière particulière. Elle commence à compter sur le pouce de sa main gauche pour 1, l'index pour 2, le majeur pour 3, l'annulaire pour 4, l'auriculaire pour 5 puis repart dans l'autre sens... L'auriculaire de la main droite 6... Elle désire compter jusque 2 001. Sur quel doigt tombera-t-elle ?

2 001 = 200 . 10 + 1

Elle tombera sur le pouce de la main gauche.

- 15** La caissière d'un supermarché fait ses comptes en fin de service. La machine pour comptabiliser le nombre de billets compte par 50, 75 ou 120 et obtient toujours des paquets avec le même nombre de billets.

Quel est le plus petit nombre de billets que peut contenir ces paquets ?

Ces paquets peuvent contenir au minimum 600 billets.

- 16** Pour la fête de l'école, ta directrice a commandé 2 500 ballons. Sachant que vous êtes 620 à vouloir faire un lancer de ballons, combien de ballons chaque participant pourra-t-il prendre ?

Chaque participant pourra en prendre 4.

Sachant qu'il y a 30 professeurs qui veulent participer à l'activité, pourront-ils en avoir chacun un ?

Non, il n'en reste que 20, il y a donc 10 professeurs qui n'auront pas de ballons. À moins que 10 élèves en donnent chacun un ;)

- 17** Un entrepreneur doit isoler le sol d'une pièce rectangulaire de 3,96 m sur 5,4 m.

Il propose à ses clients un modèle de sous-couche de forme carrée.

Le modèle est un carré de 36 cm de côté et coûte 3,10 €/pièce.

Combien de pièces de ce modèle seront-elles nécessaires ?

Il en faudra 11 sur la largeur et 15 sur la longueur.

Ce qui fait 165 sous-couches au total.

Combien cela coûtera-t-il à son client ?

Le prix de ce modèle sera donc de 511,5 € (165 . 3,10)



**18** Ton émission préférée organise un jeu dans lequel tu peux gagner un smartphone et une tablette. Pendant cinq minutes, elle offre un smartphone tous les 240 appels et une tablette tous les 1 260 appels.

Tu es le premier à gagner un smartphone et une tablette lors du même appel.

Le PPCM de 240 et 1 260 est 5 040.

Tu as été le 5 040<sup>e</sup> à téléphoner à l'émission.

**19** Une boîte a la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont 24 dm ; 64 cm et 2,24 m.

On aimerait la remplir avec des cubes de même dimension et aussi grands que possible sans espace vide pour éviter que les boîtes cubiques ne s'abiment.

**DÉTERMINE** la longueur de l'arête d'un de ces cubes si tu sais qu'elle est mesurée par un nombre entier de centimètres.

Il faut trouver le PGCD de 240 ; 64 et 224 = 16

L'arête du cube mesure 16 cm.

Combien de cubes y aura-t-il dans ce parallélépipède ?

$15 \cdot 4 \cdot 14 = 840$

On peut mettre 840 cubes dans ce parallélépipède.

**20** Un chocolatier dispose de 126 chocolats blancs et 210 chocolats noirs. Il veut, en utilisant tous ses chocolats, réaliser des ballotins pour la Saint-Valentin. Les paquets doivent tous avoir le même nombre de chocolats de chaque couleur.

a) Combien de ballotins pourra-t-il réaliser au maximum ?

Le PGCD de 126 et 210 est 42.

Il peut réaliser 42 ballotins.

b) Quelle sera la composition de chacun d'eux ?

$126 : 42 = 3$

$210 : 42 = 5$

3 chocolats blancs et 5 chocolats noirs.

c) Quel sera le prix d'un ballotin si le chocolat blanc coûte 0,9 € et le chocolat noir coûte 1,20 € ?

Le prix d'un ballotin sera de 8,70 €

**21** Nadia va à la salle de sport tous les 8 jours et Mohamed s'y rend tous les 14 jours. Aujourd'hui, dimanche, ils s'y sont rencontrés.

a) Après combien de jours s'y reverront-ils ? 56 jours

b) Sur quel jour de la semaine cela tombera-t-il ? Un dimanche



## Exercice 1

On écrit, en bloc et de manière répétée, toujours dans le même ordre, les cinq premières lettres de l'alphabet :

ABCDEABCDEABCDE...

Quelle est la 2017<sup>e</sup> lettre qui sera écrite ?

A	A	<b>B</b>	B	C	C	D	D	E	E
---	---	----------	---	---	---	---	---	---	---

OMB 2017

## Exercice 2

*Sans réponse préformulée –*

Quel est le plus petit nombre naturel divisible par 7 et par 17 dont le reste de la division par 3 vaut 1 ?

Réponse	238
---------	-----

OMB 2017

## Exercice 3

Un sablier permet de mesurer une durée de trois minutes.

Combien de fois faut-il le retourner pour mesurer 2013 minutes ?

(la mesure commence avec le sablier au repos, le sable en bas)

A	2014	B	2013	C	672	<b>D</b>	671	E	670
---	------	---	------	---	-----	----------	-----	---	-----

OMB 2013

## Exercice 4

*Sans réponse préformulée –*

Sachant que 101 ; 103 et 107 sont premiers, quel est le nombre de diviseurs de  $101 \cdot 103 \cdot 107$  ?

Réponse	8
---------	---

OMB 2012

## Exercice 5

*Sans réponse préformulée –*

Quel est le plus grand nombre naturel inférieur à 100 qui admet exactement trois diviseurs naturels ?

Réponse	49
---------	----

OMB 2012